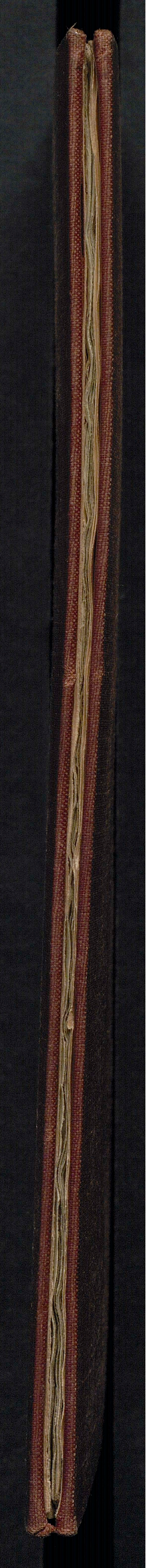

S
INSTRUMENTS A RÉFLEXION
V
743
18. S,
PIERSON




2.332

Instruments à réflexion

18e S.

Instruments à réflexion

observations faites avec l'octant ou le sextant.

Methode pour déterminer la longitude &c &c

ms. écrit seulement sur les recto et disposé évidemment pour l'impression

(18e S.)

n. B. de la même main que le ms. sur la Marine Danoise N f 4°.

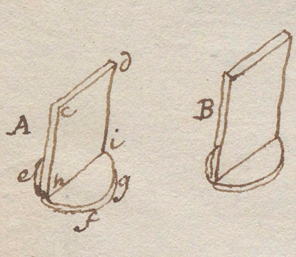
papiers du [illegible] Pingré

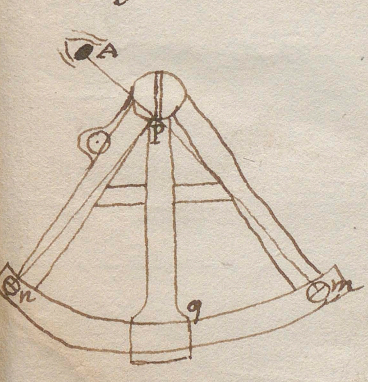
1

L'octant ou Sextant à reflexion inventé dans le Siecle dernier par le docteur hook, perfectionné depuis par newton et ensuite par Hadlei, est un instrument precieux pour la navigation: elle lui doit en partie les progrés rapides quelle a fait dans ces dernieres années et principalement depuis quon determine les longitudes à la mer par la meniere des distances de la lune au Soleil ou aux étoiles. l'importance et l'utilité presque générale de cet instrument nous engagent à entrer dans quelques details Sur la maniere de S'en Servir. nous expliquerons d'abord les operations par lesquelles on verifie la position et la Bonté des miroirs ainsi que la position de l'axe de la lunette: nous parlerons ensuite de la maniere de faire les observations et nous donnerons les methodes de les Calculer dont nous avons fait usage.

Verification des différentes parties des instrumens à reflexion

maniere de rendre le grand miroir perpendiculaire au plan de l'instrument





il faut avoir deux pieces de cuivre de même hauteur A et B fig. 1 composées chacune d'une base circulaire gef Sur laquelle est elevée un montant edih dont la Surface Supérieure cd doit être exactement parallelle à la Base. on placera ces deux pieces l'une Sur l'extremité m et l'autre Sur l'extremité n du limbe. ensuite l'oeil étant placé vers A et regardant la piece m par le bord p du grand miroir on fera mouvoir l'alidade vers le milieu q du limbe jusquà ce que la Seconde

2

piece n vienne se peindre par reflexion sur le Bord du miroir et paroisse placée à coté de la piece m : alors si les surfaces supérieures des deux montans sont dans une meme ligne droite le miroir sera perpendiculaire au plan de l'instrument, si ces deux surfaces font un ressaut le miroir sera incliné et il faudra le rappeller par le moyen des vis qui le fixent sur l'alidade jusqu'à ce qu'on n'apercoive plus aucune différence dans les hauteurs des deux montans.

Pour s'assurer de legalité de hauteurs des deux pieces m et n on pourra les changer de place et voir si dans ce changement les images restent encore dans la meme position

nous croions que par cette opération faite avec soin on peut s'assurer de la perpendicularité du miroir à 5 ou 6 minutes près ce qui est suffisant pour l'exactitude des obsrevations.

maniere de rendre le petit miroir perpendiculaire au plan de l'instrument

le grand miroir aiant déja la position requise on la donnera pareillement au petit miroir de la maniere suivante.

on dirigera la lunette sur quelque objet bien distinct du vaisseau par exemple sur l'extremité d'une vergue en tenant l'instrument vertical, ensuite on fera passer l'image reflechie de l'objet dans le champ de la lunette et si dans ce mouvement les deux images viennent a coincider c'est à dire qu'une des deux images du Bout de la vergue ne depasse pas l'autre les ~~petit~~ deux miroirs auront la meme position par rapport au plan de l'instrument, si l'image reflechie ne se confond pas avec l'image directe il faudra rappeller le petit miroir par le moyen des vis de sa monture ~~jusqu'à ce qu'on~~

on peut aussi faire cette operation en se servant de l'horison de la mer. pour cela on tiendra premierement l'instrument vertical et on fera tomber exactement l'une sur l'autre les deux images de l'horison ; ensuite on inclinera l'instrument de maniere qu'il devienne presque horisontal et si dans cette nouvelle position les deux images paroissent encore confondues les miroirs seront paralleles et auront parconsequent la même position par rapport au plan de l'instrument si elles se separent on rappellera le petit miroir comme cy dessus

enfin on obtiendra la même chose en faisant coincider les deux images d'une étoile ou d'un astre quelconque

au reste il n'est pas necessaire de mettre ~~dans~~ cette operation une exactitude scrupuleuse il suffit que ~~le deffaut~~ la différence d'inclinaison ~~entre~~ des deux miroirs n'excede pas 3 ou 4 minutes

Operation pour connoitre si les deux surfaces du grand miroir sont paralleles entre elles.

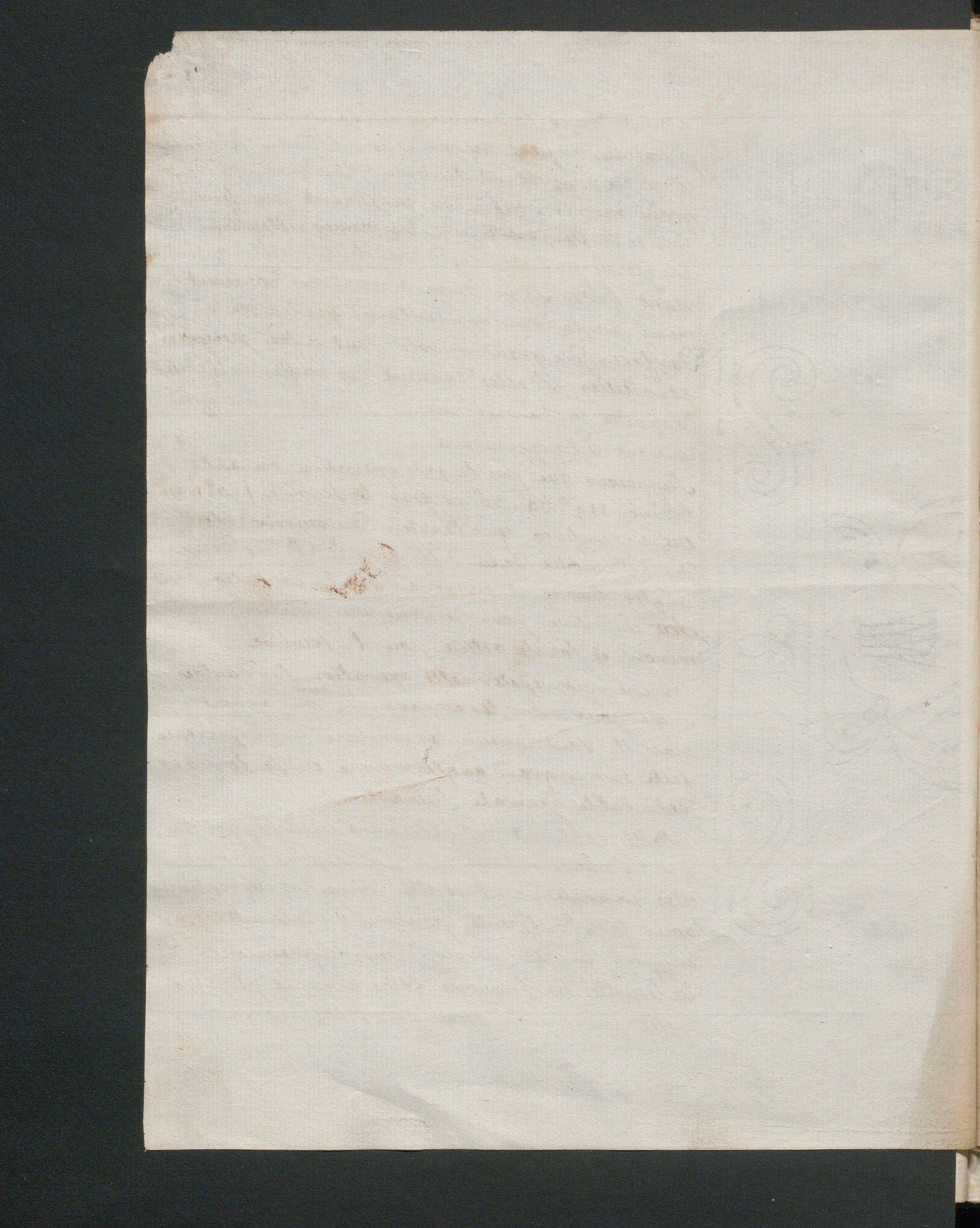
Cette operation doit se faire à terre. pour cela on choisira deux objets qui soient vus sous un angle à peuprès le plus grand de ceux que l'on peut mesurer avec l'instrument : après avoir rendu les deux miroirs paralleles on mesurera cet angle avec la plus grande exactitude possible en observant de faire tomber le contact des images dans le milieu de l'intervalle des fils qui sont placés au foyer de la lunette. ensuite on otera le grand miroir de sa boete et on le retournera de maniere que le coté qui étoit d'abord le plus près du limbe en soit maintenant le plus éloigné. après cela le miroir étant

assujeti dans sa monture on le rendra de nouveau parallelle au petit miroir sans toucher à celui ci et en rappellant seulement la monture du grand miroir. enfin on mesurera une seconde fois et ~~en passant~~ avec les memes attentions langle ~~apparent~~ des deux objets. cette operation etant faite si les deux obervations donnent le meme angle on sera certain que les deux surfaces du grand miroir sont a très peu près parallelles, si elles donnent des angles différens la moitié de la différence sera l'erreur qui convient à langle mesuré.

Supposons que par la 1.re operation on ait trouvé 119°. 59'. 30" et par la seconde 120°. 1'. 20" ~~on~~ on conclura que l'erreur du miroir étoit de 55" moitié de la différence 1' 50" des deux angles obervés et on verra que la correction doit ~~etat~~ être additive pour la premiere position du miroir et soustractive pour la seconde.

on pourroit repeter cette operation sur d'autres angles pour avoir les erreurs qui leur conviennent mais il vaut mieux les conclure de l'experience faite sur un grand angle mesuré en se servant de la table générale suivante

Cette table est Calculée dans cette supposition que les deux surfaces du grand miroir font entre elles un angle de 20" et elle donne les corrections pour trois différentes positions de la lunette par rapport au petit miroir. dans la premiere la lunette est supposée faire avec le plan du petit miroir un angle de 75° et les corrections



se trouvent dans la 1re colonne, dans la seconde cet angle est supposé de 72°. 30', ~~et~~ dans la 3e de 70° et les deux dernieres colonnes donnent les corrections pour ces deux suppositions.

angles observés, dégrés	angles de la lunette avec le petit miroir 75°	72°. 30'	70°
0	0"	0"	0"
10	1	1	2
20	3	3	4
30	5	5	6
40	7	8	9
50	10	12	14
60	15	17	20
70	21	24	27
80	28	33	38
90	40	47	55
95	47	55	66
100	56	66	80
105	67	80	98
110	81	98	123
115	99	123	158
120	124	159	211
125	160	212	
130	213		

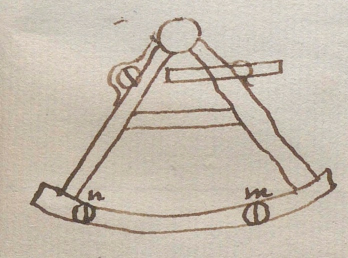
~~[illegible]~~ il est clair qu'au moyen de cette table générale on pourra construire la table particuliere d'un instrument donné quelconque pourvu qu'on connoisse l'angle que l'axe de la lunette fait avec le plan de l'instrument et qu'on ait trouvé par experience la correction qui convient à ~~[illegible]~~ un angle mesuré.

moyen de reconnoitre dans le champ de la lunette la position des plan des raions visuels parallelles au plan de linstrument, et usage de cette determination pour corriger les observations.

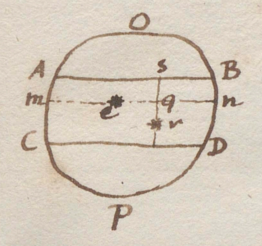
il faut dabord commencer par determiner la distance des fils que nous avons dit qui sont placés au foyer de la lunette, C'est a dire langle qu'occupe dans le champ de la lunette la perpendiculaire menée d'un fil à l'autre. pour cela ~~on tournera les fils~~ on fera tourner le porte oculaire dans le tuyau de la lunette jusqu'à ce que les fils paroissent à peu près perpendiculaires au plan de l'instrument, ~~et~~ on dirigera ~~lunette~~ la lunette sur un objet eloigné et on fera mouvoir lalidade jusqu'à ce que limage directe de l'objet tombant sur un des fils, son image reflechie tombe sur le second fil, on remarquera l'angle marqué par l'index. ~~après~~ enfin on fera Coincider les deux images et on remarquera de nouveau l'angle marqué par l'index la différence des deux angles sera la distance cherchée.

Supposons par exemple quon ait trouvé 1°.38' par la 1re operation et 0°.2' par la seconde, la distance des fils sera = 1°.36' ou 96'

L'intervalle des fils etant ainsi connue on retournera le porte oculaire dans le tuyau de la lunette pour rendre les fils parallelles au plan de l'instrument ainsi quils doivent l'être lorsqu'on fait des observations. ensuite aiant assujeti l'instrument dans une position à peu près horisontale et de maniere que la lunette soit dirigée sur un objet eloigné bien distinct, on placera sur le limbe et dans la direction de l'objet des deux



pieces de cuivre m et n dont nous avons
parlé cy dessus, et on calera l'instrument jusqu'à
ce que l'objet paroisse dans le prolongement
d'un plan passant par les surfaces superieures
des montans, ce plan sera parconsequent parallele
à celui de l'instrument, ainsi le point du
champ de la lunette dans lequel l'objet se
peindra appartiendra au plan des raions
visuels parallelles. et il ne restera plus qu'à
estimer la position de ce point par rapport
à chaque fil



Soit AOBDPC le champ de la lunette, AB et CD
les deux fils, e la peinture de l'objet observé. si
on suppose que la distance des fils soit comme cy
dessus de 96' et qu'on estime que le point e
soit trois fois plus près du fil AB que du fil
CD on en conclura que ce point e et parconsequent
la ligne mn des raions visuels parallelles est
à 24' de distance du fil AB et à 72' de distance
du fil CD

voici maintenant l'usage de cette verification.
l'on sçait que les instrumens ne donnent
exactement les angles observés, que lorsque le raion
visuel dans lequel on aperçoit le contact des
images est dans un plan parallelle au plan de
l'instrument, c'est a dire lorsque ce contact tombe
dans la ligne mn que nous venons de determiner:
mais on conçoit qu'il est fort difficile de s'assujetir
a une pareille condition
avec un instrument
que l'on tient à la main. il faut donc pouvoir
estimer la distance du point de contact
à la ligne mn des raions visuels parallelles
pour appliquer ensuite à l'observation la
correction convenable: or voici comme on y

parviendra
Soit v le point ou le contact a été observé et Supposons qu'on ait estimé que la distance de ce point v au fil AB soit à sa distance au fil CD comme 3 est à 2, on en conclura que la distance $rs = \frac{3}{5}$ de 96' ou 58'; ainsi la distance de la ligne nn au fil AB étant de 24' dans l'exemple cy dessus; la distance vq du point de contact à la ligne nn des raions visuels parallelles sera de 34'. j'appellerai cette distance vq deviation

il ne restera plus qu'à corriger l'angle mesuré des effets de cette deviation et pour cela on se servira de la table suivante dans laquelle on donne les corrections pour différens angles observés et pour differentes deviations depuis 10' jusqu'à 60', on remarquera que ces corrections sont toujours soustractives parceque l'angle marqué par l'instrument est toujours plus grand que l'angle vrai.

Corrections pour la deviation du plan dans lequel on observe le contact.

angles, observés	quantités de deviation 10'	20'	30'	40'	50'	60'
0°	0"	0"	0"	0"	0"	0"
10	0	1	1	3	4	6
20	0	1	3	5	7	11
30	1	2	4	7	12	17
40	1	3	6	10	16	23
50	1	3	8	13	20	29
60	1	4	9	16	25	36
70	1	5	11	20	31	44
80	2	6	13	23	37	53
90	2	7	16	26	44	1' 3"
100	2	8	19	33	52	1. 15
110	3	10	22	40	1' 2"	1. 30
120	3	12	27	48	1. 16	1. 49
130	4	15	34	1'. 0	1. 34	2. 15
140	5	19	43	1. 17	2. 0	2. 53
150	6	26	59	1. 44	2. 43	3. 54
160	10	40	1'. 29"	2. 38	4. 7	5. 56
170	20	1' 20	2. 59	5. 18	8. 16	11. 51
180	20'. 0	40'. 0	1°. 0'	1°. 20'	1°. 40'	2°. 0'

il est facile de voir que l'opération par laquelle nous determinons la position des raions visuels parallelles, peut etre executée à la mer dans les beaux tems avec presque autant de précision qu'à terre ; pour cela il faudra assujetir l'instrument sur quelque point du vaisseau et se servir pour objet d'une mire bien distincte qu'on placera à 40 ou 50 pieds de distance de l'instrument

Des observations faites avec l'octant ou le sextant à reflexion

L'observation de l'angle apparent des deux objets renferme deux operations : par la premiere on cherche le point ou les miroirs sont parallelles, par la seconde on fait coincider l'image directe d'un des objets avec l'image reflechie de l'autre.

La premiere operation se fait ordinairement par le moyen de l'horison de la mer. pour cela on dirige la lunette sur cet horison en tenant l'instrument vertical. on fait ensuite mouvoir l'alidade jusqu'à ce que les deux images coincident et alors l'index marque le point de la graduation qui repond au parallelisme : mais il faut avouer que cette methode laisse toujours quelque incertitude ; en effet lorsque les deux images sont pretes à se confondre et qu'elles ne sont plus par exemple qu'à une demi-minute l'une de l'autre les meilleurs yeux ont de la peine à apercevoir que la coincidence n'est par parfaite, aussi arrive t'il souvent qu'en repetant cette opération on trouve des différences d'une demi-minute dans les resultats.

L'observation que l'on fait par le diametre du soleil est ~~beaucoup~~ plus exacte et voici en quoi elle consiste : après avoir mis un verre noir entre l'oeil et l'oculaire pour affoiblir la lumiere du soleil

on dirige la lunette sur cet astre et on fait toucher les deux images du disque d'abord d'un coté et ensuite de l'autre : on ecrit à chaque observation les degrés marqués par l'index et le milieu entre les resultats donne le point du parallelisme.

cette seconde methode est comme nous l'avons dit plus exacte que l'autre mais elle fatigue les yeux, en voici une qu'on pourroit peut etre substituer a celle là.

c'est par le moyen des fils qui sont placés au foyer de la lunette que nous proposons de faire cette opération. on tiendra l'instrument vertical et on dirigera la lunette sur l'horison de la mer mais au lieu de faire coincider les images on les ramenera seulement assés près l'une de l'autre pour que leur distance paroisse égale au diametre des fils ce qu'on estimera avec assés de précision en observant si les sections ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ des deux horisons ab et cd par les bords du fil mn forment un quarré exact IKHL : cette premiere operation faite on changera la position des deux images en faisant passer au dessous celle qui étoit au dessus et on formera encore un nouveau quarré IKHL : on ecrira a chaque observation les degres marqués par l'index et le milieu sera le point du parallelisme que l'on cherche.

Les moyens que nous venons de donner ne peuvent être d'usage que pendant le jour. lorsque l'observation se fera pendant la nuit, il faudra choisir quelque étoile brillante et faire coincider ses deux images, ou plutot comme le point de la coincidence parfaite est fort difficile à apercevoir on donnera au petit miroir une inclinaison telle que les deux images ne puissent s'approcher qu'à 3 ou 4 minutes de

distance l'une de l'autre ensuite on estimera le point ou ~~la~~ les deux images paroîtront dans une ligne perpendiculaire au plan de l'instrument et ce sera là le point du parallellisme.

voila les differentes manieres de faire la premiere opération d'une observation; Ce que nous avons dit cy dessus au sujet de la deviation indique les attentions quil faut avoir dans la seconde operation, elles se bornent à ceci quil faut chercher à faire tomber le contact des images le plus près quil est possible du plan des raions visuels parallelles, et que dans le cas ou il y auroit malgré cela une deviation il faut s'étudier à en bien estimer la quantité. Sur cela nous remarquerons par rapport à la maniere d'observer les hauteurs des astres sur l'horizon quil faut avoir le soin en balançant l'instrument de tenir toujours l'astre entre les fils parallelles, de maniere que l'axe autour duquel on fait tourner l'instrument soit une ligne menée de l'observateur à l'astre.

Methode pour ~~Maniere de~~ Calculer les observations des distances de la lune au Soleil ou aux étoiles ~~pour~~ en conclure la longitude

ces observations se font de deux manieres ou par deux observateurs dont l'un mesure les distances tandis que les deux autres prennent les hauteurs, ou par un seul observateur qui fait successivement toutes les observations nous ne parlerons ici que de la premiere que nous expliquerons avec beaucoup de detail en l'appliquant à un exemple

Le 10 fevrier 1776 à 5 heures environ après midi étant par une longitude estimée de 150°. à l'ouest de paris et par une latitude de 10°. 20' nord un observateur a pris six distances consecutives du soleil au bord eclairé de la lune, deux autres observateurs ont mesuré pendant ce tems là et aux memes instans les hauteurs des deux astres sur l'horison on demande d'en conclure la longitude du vaisseau voici les observations

	distances de la lune au soleil	haut. du ☉ prises aux memes instans	hauteurs de ☾
1.ere	108°. 9'. 20"	7°. 0'. 30"	53°. 50'. 0"
2.de	10. 15	6. 43. 30	54. 5. 0
3.e	10. 45	6. 23. 30	54. 23. 0
4.e	11. 30	6. 6. 0	54. 39. 30
5.e	11. 40	5. 45. 0	54. 59. 0
6.e	12. 30	5. 33. 0	55. 9. 30

l'oeil des observateurs qui prenoient les hauteurs des deux astres étoit elevé de 15 pieds au dessus du niveau de la mer

l'observateur qui mesuroit les distances des deux astres a eu le soin de remarquer à chaque observation la quantité de deviation du point ~~de~~ de contact, et il a estimé qu'elle étoit de 40' dans la 1.ere observation et ensuite de 20, 50', 30', 10' et 45' dans les autres. les autres observateurs ont negligé de remarquer ces deviations parcequ'elles ne donnent que de très petites corrections dans les hauteurs ~~[illegible]~~ et que de petites erreurs dans les hauteurs influent très peu sur la determination de la longitude.

Calcul des observations

voici le procedé que nous allons suivre 1°. nous

preparerons les observations en les reduisant a une distance moyenne et à des hauteurs moyennes correspondantes 2°. de la distance et des hauteurs observées nous conclurons la distance et les hauteurs apparentes des centres des deux astres 3°. nous corrigerons les hauteurs apparentes des effets de la refraction et de la parallaxe pour avoir les hauteurs vraies par rapport au centre de la terre 4°. nous nous servirons des quantités déja trouvées pour réduire la distance apparente à la distance vraie 5°. de cette distance vraie nous conclurons par les tables des distances qui sont dans la connoissance des tems l'heure qu'il étoit a paris au tems de l'observation 6°. nous calculerons l'heure du vaisseau par la hauteur moyenne du soleil et 7°. enfin nous prendrons la différence entre l'heure de paris et l'heure du vaisseau ce qui donnera la différence de longitude entre le meridien de paris et celui du vaisseau

Preparation des observations

on prendra la somme des six distances et celle des six hauteurs de chaque astre, on divisera chaque somme par six et on aura une distance moyenne de 108°. 11'. 0" et deux hauteurs moyennes celle du ☉ de 6°. 15'. 15" et celle de ☾ de 54°. 31'. 0"
mais il faut remarquer qu'on doit corriger la distance moyenne des effets de la deviation, pour cela on cherchera dans la table page 8 les erreurs qui conviennent à chaque deviation estimée, la sixieme partie de la somme de ces erreurs sera la quantité qu'il faudra retrancher de la distance moyenne déja trouvée.

observations.	deviations.	corrections
1re	40'	39"
2e	20	10
3e	50	1'. 1
4e	30	22
5e	10	2
6e	45	1 49"
	Som.	3 03
	$\frac{1}{6}$	31"

on retranchera donc 31" de la distance moyenne 108°. 11' et il restera 108°. 10'. 29"

Distance apparente et hauteurs apparentes des centres

pour trouver ces quantités apparentes il faut d'abord connoitre les demi-diametres du soleil et de la lune au tems des observations

par la supposition il étoit a peu près 5 heures du soir à bord du vaisseau, le vaisseau étoit 150° ou 10 heures à l'ouest de paris donc il étoit alors à peu près 15 heures à paris. d'après cela on cherchera dans la connoissance des tems le demi diametre de la lune pour le 10 fevrier 1776 à 15 heures et on trouvera 15'. 7". le demi-diametre du soleil pour le meme jour est de 16'. 15".

Cela posé on ajoutera a la distance observée des disques les demi-diametres des deux astres et on aura 108°. 41'. 51", à quoi il faut encore ajouter *l'augmentation du demi-diametre de la lune qui est de 12" pour 54° de hauteur et on aura enfin la distance apparente des centres = 108°. 42'. 3"

* note cette augmentation du demi-diametre de la lune vient de ce que cet astre, étant elevé sur l'horizon, se trouve plus près de l'observateur que du centre de la terre pour lequel les tables sont calculées on trouve dans la plus-part des livres d'astronomie des tables pour cette augmentation.

pour avoir la hauteur apparente du centre du soleil on retranchera d'abord de la hauteur observée l'effet de la**depression de l'horizon pour 15 pieds de hauteur de l'oeil et on ajoutera le demi-diametre de l'astre parceque c'est le bord inférieur dont on a mesuré la hauteur

hauteur obs. ☉	6°. 15'. 15
depress. de l'hor.	3. 56
	6. 11. 19
dem. dia. ☉	16. 15
	6. 38. 34
ou simplement	6. 38. 30

on trouvera de la meme maniere la hauteur apparente du centre de la lune

** note nous employons pour la depression de l'horizon la table que mr. Bouguer a donné dans son traité de navigation page( ). dans la construction de cette table mr. Bouguer a eu egard non seulement à la sphericité de la terre mais encore a la refraction que prouvent les rayons de lumiere en parvenant depuis l'horizon de la mer jusqu'à l'oeil de l'observateur.

hauteur observée ☾ ... 54°. 31'. 0"
depress. de l'horison ... 3. 56
54. 27. 4
demi. diam. ☾ à retrancher 15. 7
54. 11. 57
ou simplement .. 54°. 12'. 0"

il faudroit pour plus d'exactitude dans le calcul de la hauteur apparente du centre de la lune avoir egard à l'augmentation du demi-diametre dont nous avons parlé ci-dessus : mais les petites différences dans les hauteurs observées influent si peu sur la reduction de la distance qu'on peut les negliger sans erreur sensible et c'est à cause cela qu'après avoir trouvé les hauteurs apparentes 6°. 27'. 34" et 54°. 11'. 57" nous les avons reduites pour la seule commodité du calcul à 6°. 27'. 30" et 54°. 12'. 0"

hauteurs vraies des centres

Pour reduire la hauteur apparente du centre du soleil à sa hauteur vraie on retranchera la refraction 7'. 41" qui convient à cette hauteur apparente, on ajoutera ensuite la parallaxe de hauteur du soleil 8" et on aura la hauteur vraie du centre du soleil = 6°. 19'. 57".

pour avoir la hauteur vraie du centre de la lune on retranchera de 54°. 12'. 0" la refraction 39" qui convient à cette hauteur et on aura 54°. 11'. 21" ensuite on cherchera dans la connoissance des tems la parallaxe horisontale pour le tems de l'observation c'est-à-dire pour le 10 fevrier à 15 heures et on trouvera 55'. 19" qu'on multipliera par le cosinus de la hauteur apparente 54°. 12' et on aura la parallaxe de hauteur 32'. 21" enfin on ajoutera cette quantité à la hauteur déja corrigée 54°. 11'. 21" et on aura la hauteur vraie du centre de la lune = 54°. 43'. 42"

Réduction de la distance apparente à la distance vraie

C'est par le moyen de la distance apparente, des hauteurs apparentes et des hauteurs vraies des deux astres qu'on parvient à trouver la distance vraie ou réduite

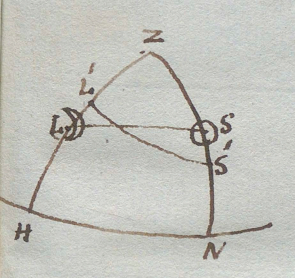
voici pour cela une formule de Calcul que l'usage rendra facile

on écrira les uns au dessous des autres, la distance apparente des deux astres, leurs hauteurs apparentes sur l'horizon, la somme et la demi-somme de ces trois quantités, et la différence de cette demi-somme à la distance apparente, la hauteur vraie de chacun des deux astres la somme et la demi-somme de ces hauteurs vraies

Cela posé à coté des hauteurs apparentes on écrira les complémens arithmetiques des cosinus de ces hauteurs et à coté de la 1re demi-somme, de la différence qui la suit et des hauteurs vraies, les logarithmes de leurs cosinus: on prendra la somme et la demi-somme de ces logarithmes, de cette dernière quantité on retranchera le cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies et on aura le logarithme sinus d'un angle qu'on cherchera dans les tables, on ajoutera enfin le logarithme cosinus de cet angle au logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies et on aura le logarithme sinus de la moitiée de la distance réduite que l'on cherche

voici le type du calcul qui ~~[illegible]~~ servira à éclaircir ce que nous venons de dire

dist. appar. ☾☉	108°. 41'. 49"		
haut. appar. ☉	6. 27. 30	com. cos	0.0027649
haut. appar. ☾	54. 12. 0	com. cos	0.2328756
Som.	169. 21. 19		
dem. som.	84. 40. 40	cos	8.9673456
differe de la dist	24. 1. 9	cos	9.9606654
haut. vraie. ☉	6. 19. 57	cos	9.9973420
haut. vraie. ☾	54. 43. 42	cos	9.7615173
			38.9225108
somme	61. 3. 39		19.4612554 dif 9.5260715 19°. 37'. 15"
dem. som.	30. 31. 50	cos	9.9351839
cos. 19°. 37'. 15"			9.9740189
sinus dem. dist.			9.9092028
demi. dist. ~~dist. corrigée~~			54°. 13. 33"
Dist. corrigée			108. 27. 6



Cette formule etant un peu compliquée nous allons en donner la demonstration

Soit HN l'horizon, S le soleil, SN sa hauteur apparente sur l'horizon, et S'N sa hauteur vraie: L la lune, LH sa hauteur apparente, et L'H sa hauteur vraie; ~~La~~ LS la distance apparente des deux astres et L'S' leur distance vraie que l'on cherche. j'appellerai SN a et S'N α; LH b et L'H β; LSD et L'S' x. cela posé prolongeant les verticaux SN et LH jusqu'au zenit Z on aura dans le triangle LZS l'equation connue $\cos\frac{1}{2}\overline{LZS}^2 = \frac{\sin\frac{1}{2}(ZS+ZL+LS).\sin\frac{1}{2}(ZS+ZL-LS)}{\sin ZS.\sin ZL}$

et employant les denominations cy dessus

$\cos\frac{1}{2}\overline{LZS}^2 = \frac{\cos\frac{1}{2}(a+b-D).\cos\frac{1}{2}(a+b+D)}{\cos a\cos b}$. par la même raison on aura dans le triangle L'ZS', $\cos\frac{1}{2}\overline{L'ZS'}^2$ ou

$\cos\frac{1}{2}\overline{LZS}^2 = \frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta-x).\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta+x)}{\cos\alpha\cos\beta}$ donc

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(a+b-D).\cos\frac{1}{2}(a+b+D)}{\cos a\cos b} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta-x).\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta+x)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

mais on a par les formules de trigonometrie

$\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta-x).\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta+x) = \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)+\frac{1}{2}\cos x$. on a aussi $\frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{2}-\sin\frac{1}{2}x^2$; $\frac{1}{2}\cos\alpha+\beta = \frac{1}{2}-\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)^2$ $= -\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)^2$. mettant ces valeurs dans l'equation

on trouve $\sin \frac{1}{2}x^2 = \cos \frac{1}{2}\overline{\alpha+\beta}^2 - \frac{\cos\alpha\cos\beta \cdot \cos\frac{1}{2}\overline{\alpha+b-D} \cdot \cos\frac{1}{2}\overline{a+b+D}}{\cos a \cos b}$

Soit $\sqrt{\frac{\frac{\cos\frac{1}{2}\overline{a+b-D} \cdot \cos\frac{1}{2}\overline{a+b+D} \cdot \cos\alpha\cos\beta}{\cos a \cos b}}{\cos\frac{1}{2}\overline{\alpha+\beta}^2}} = \sin A$: mettant cette valeur dans l'équation elle se reduira à celle-ci $\sin\frac{1}{2}x^2 = \cos A^2 \cdot \cos\frac{1}{2}\overline{\alpha+\beta}^2$ ou $\sin\frac{1}{2}x = \cos A \cdot \cos\frac{1}{2}\overline{\alpha+\beta}$ ce qui donne le procedé de calcul que nous avons prescrit.

Determination de l'heure du meridien des tables

aiant trouvé que la distance des centres = 108°. 27'. 6" on cherchera dans la connoissance des tems deux distances de la lune au Soleil entre lesquelles la distance que l'on vient de trouver soit comprise. ces deux distances sont la premiere de 108°. 37'. 0" qui repond à 15h. 9'. 16" et la seconde de 107°. 12'. 12" qui repond à 18h. 9'. 16". on écrira les unes au dessous des autres d'abord la distance reduite 108°. 27'. 6" et ensuite les deux distances des tables en commencant toujours par celle qui precede dans les tables. on prendra la difference de la 1ere quantité à la seconde et celle de la seconde à la troisieme, enfin on fera cette proportion la seconde difference est à la premiere comme 3 heures est à un quatrieme terme qui sera un nombre d'heures minutes et secondes qu'on ajoutera à l'heure de la premiere distance des tables et on aura l'heure de paris au tems de l'observation

Type du calcul

distance reduite 108°. 27'. 6"

Distances prises dans les tables { préc. à 15h. 9'. 16" .. 108. 37. 0 — diff. 9'. 54"
Suiv. à 18h. 9'. 16" .. 107. 12. 12 — diff. 1°. 24'. 48"

log. 3 heures	4.03342
log. 9'. 54"	2.77379
comp. log. 1°. 24'. 48"	6.29345
	3.10066
	21'. 1"
heure préced.	15h. 9. 16
heure de paris	15. 30. 17

Calcul de l'heure du vaisseau

Scachant par le calcul cy dessus qu'il étoit à paris 15h. 30'. 17'' lorsque l'observation a été faite, on cherchera dans la connoissance des tems la declinaison du soleil pour cette heure là et on en conclura la distance au pole elevé sur l'horizon. ensuite au moyen de cette distance de la latitude et de la hauteur vraie du soleil on trouvera l'heure du vaisseau de la maniere suivante on ecrira les unes au dessous des autres la hauteur de l'astre, la latitude et la distance polaire. on prendra la somme et la demi-somme de ces trois quantités et la difference de la demi-somme à la hauteur. on ajoutera ensuite les compl. du log cosinus de la latitude, ~~et~~ celui du log sinus de la distance polaire, le log cosinus de la demi-somme, et le log sinus du reste; la moitié de la somme des quatre logarithmes sera le log. sinus de la moitié de l'angle horaire; on multipliera enfin par 8 ce demi-angle horaire et regardant les minutes du produit comme des secondes de tems, les degrés comme des minutes de tems &c on aura l'heure du vaisseau

Type du calcul

decl. le 10 fevr.	14°. 22'. 37'' aust
le 11 fevr.	14. 3. 0
diff. en 24 heu	19'. 37''
donc pour 15h. 30'	9'. 48
	2. 27
	25
	12. 40
decl. cherchée	14°. 9'. 57''
dist. polaire	104°. 9'. 57''

haut. ☉	6°. 20'. 0''		
lat.	10. 20. 0	com. cos	0.0071016
dist. pol	104. 10. 0	com. sin	0.0134128
	120 50 0		
	60. 25. 0	cos	9.6934534
	54. 5. 0	sin	9.9084159
			19.6223837
sin. dem. angl. hor.			9.8111919
dem. angl. hor.			40°. 20'. 53''
multipliant par			8
heure du vau			5h. 22'. 47''. 4'''

Conclusion du Calcul

par la distance réduite des centres Comparées aux tables des distances qui sont dans la connoissance des tems on a trouvé qu'il étoit à Paris au tems de l'observation - - - - - - - - - - - - - - 15h. 30'. 17"
on vient de trouver qu'il étoit au meme instant à Bord du vaisseau - - - - - - - 5. 22. 47
différence - 10h. 7'. 30"
differ. en degrés ou longitude - - - - - - - 151°. 52'. 30"

Remarques sur les calculs precedens

pour trouver la distance apparente des centres, nous avons ajouté (page) a la distance observée des bords les demi-diametres des deux astres que nous avons pris dans les tables. mais ces tables ne donnent que les diametres horisontaux et l'on sçait que les disques de la lune et du soleil deviennent elliptiques par l'effet de la refraction les diametres inclinés par lesquels ordinairement les deux images se touchent sont plus petits que les diametres horisontaux. par consequent en employant les diametres des tables on a presque toujours les distances apparentes des centres trop grandes. il seroit souvent à propos d'avoir egard a cette deformation des disques ~~[illegible]~~ ~~distances apparentes des centres~~ par exemple dans le calcul que nous venons de faire la correction seroit de 14"

ce que nous disons des distances devroit aussi s'appliquer aux hauteurs apparentes des centres pour lesquelles il faudroit employer les diametres verticaux au lieu des diametres horisontaux, mais

presque dans tous les cas excepté ceux ou l'astre est très près de l'horison on peut negliger cette correction parcequ'elle influe très peu sur le resultat de la longitude conclue

II

les tables de refraction dont on se sert ordinairement sont calculées pour un état moyen de l'athmosphere pour paris ou pour londres. comme on navigue plus ordinairement dans l'étée et plus souvent dans les païs chauds que dans les païs froids, il faudroit que les tables de refraction à l'usage des marins fussent calculées pour un etat d'athmosphere plus chaud que celui de paris et nous pensons qu'il faudroit choisir 14 ou 15.° du thermometre de reaumur. on pourroit en meme tems pour les observations qui demandent ~~plus~~ beaucoup de précision employer des tables de corrections relatives aux degrés du thermometre et a la hauteur du Barometre

III

on ne peut trop epargner aux marins la longueur et l'embarras des calculs c'est pour quoi nous pensons qu'il faudroit avoir des tables un peu etendües qui donnassent en meme tems la refraction et la parallaxe de hauteur de la lune, la parallaxe horisontale [redacted] étant connue: on pourroit aussi faire la meme chose pour le soleil.

methode pour trouver la latitude par des hauteurs du soleil prises hors du meridien

on a proposé differentes methodes d'approximation pour resoudre ce problême, mais elles pechent toutes du coté de l'exactitude, elles sont principalement defectueuses lorsqu'on a fait beaucoup de chemin dans l'intervalle des observations et que la variation diurne de la declinaison est fort grande. en voici une qui n'a pas ces inconveniens et qui s'applique meme au cas ou on veut determiner la latitude par des hauteurs de deux astres tous deux fort éloignés du meridien; le calcul en est un peu long mais il devient facile pour peu qu'on s'y exerce

nous allons expliquer la methode en calculant un exemple.

à 0^h. 22′. 54″ d'une montre on a observé près du meridien une hauteur du soleil qui après toutes les corrections a donné pour la hauteur vraie du centre 61°.1′

à 3^h. 10′. 30″ on a fait une seconde observation qui a donné pour la hauteur vraie du centre 37°.4′.0″

La latitude approchée au tems de la 1re observation étoit 33°. 13′. nord. dans l'intervalle des deux observations le vaisseau a parcouru 3′ de longitude à l'ouest et 9′ de latitude vers le sud

la distance polaire au tems de la 1re observation etoit de 84°. 59′. 20″ et au tems de la 2e de 84°. 57′

on demande la vraie latitude

voici d'abord le type du calcul ~~que~~ dont nous allons ~~[illegible]~~ expliquer le procédé pas à pas.

observ. voisine du merid à 0h. 22'.54" ... haut. ☉ 61°.1'.0" lat. supp. 33°.13' dist. pol. 84°.59'.20"
observ. éloignée du merid. à 3. 10. 30 ... haut. ☉ 37°.4'.0" lat. supp 33. 4 dist. pol. 84. 57. 0
diff. --- 2. 47. 36
en degrés --- 41°.54'.0
mouv. du vaisseau à l'ouest --- 3
mouv. relatif du ☉ --- 41°.51'.0

observation éloignée du meridien

hauteur ☉ .. 37°.4'.0
latitude --- 33. 4. 0 comp. cos 0.0767372 ... 0.0775623
dist. polaire .. 84. 57. 0 comp. sin 0.0016891 ... 0.0016891
155 05 0
77. 32. 30 --- cos 9.3339097 ... 9.3310407
40. 28. 30 --- sin 9.8123224 ... 9.8130616
19.2246584 19.2233537
9.6123292 .. 9.6116768
demi angle hor. ... 24°.10'.40" --- 24°.8'.21"
angle horaire --- 48. 21. 20 48. 16. 42
mouv. relatif du ☉ 41. 51. 0 41. 51. 0
second angle hor. ... 6. 30. 20. 6. 25. 42

observation voisine du meridien

cos. seconds angles horaires --- 9.9971945 ... 9.9972613
tang. distance polaire --- 1.0570793 1.0570793
1.0542738 1.0543406
tangentes des angles subsidiaires 84. 57. 23 --- 84. 57. 26
sinus des angles subsidiaires --- 9.9983161 --- 9.9983158
sinus hauteur du ☉ --- 9.9418893 --- 9.9418893
comp. sinus dist. pol. --- 0.0016632 --- 0.0016632
comp. cos. ang. hor --- 0.0028055 --- 0.0027387
9.9446731 --- 9.9446070
~~[illegible]~~ sin 61°.41'.30" (30) --- 61. 40. 22
angles subsidiaires --- 84. 57. 23 --- 84. 57. 26
146. 39. 13 --- 146. 37. 48
comp. à 180° ou lat. corrigées --- 33. 20. 47 (21 17) --- 33. 22. 12
latitude supposée --- 33. 13. 0 --- 33. 38. 47 1re lat. corrigée + 10'
7. 47. ~~8. 35~~
8 17 9 5

8'.35" : 7'.47" :: 10' : x
x = 9'.4"
lat. supposée 33°.13'.0
latitude vraie --- 33°.22'.4"

4570 | 545
650 | 97"
3900
75
545 : 497 :: 10 : x

9'5" ~~8'35~~ : 8'17" :: 10' : x
~~x = 9'32"~~
lat. sup. 33 13 0
lat. vr. ~~42 32~~ 33 22 53
x = 9' 7"
lat. sup. 33 13
lat. vr. 33 22 7

on a d'abord ecrit l'observation telle que nous l'avons supposée ~~et~~ a fait les operations suivantes

1°. on a pris l'intervalle de tems ecoulé entre les deux observations qui est de 2h. 47'. 36" on la reduit en degrés et on a eu pour l'angle horaire vrai decrit par le soleil 41°. 54' de cet angle horaire on a retranché l'arc de longitude decrit par le vaisseau à l'orient et on a eu 41°. 51' pour le mouvement relatif du soleil par rapport au vaisseau

P
Z
O S E

2°. on a calculé par les methodes ordinaires l'angle horaire de l'obsrvation la plus eloignée du meridien en supposant la latitude approchée de 33°. 4': ~~et~~ en meme tems on a fait un calcul pareil au premier en supposant une latitude plus grande de 10' et on a trouvé pour la 1ere supposition 48°. 21'. 20" et pour la seconde 48°. 16'. 42"

3°. on a retranché le mouvement relatif du soleil trouvé cy dessus des deux angles horaires et on a eu 6°. 30'. 20" et 6°. 25'. 42" qui sont les angles horaires de l'observation voisine du meridien dont l'un suppose une latitude de 33°. 4' et l'autre une latitude de 33°. 14' plus grande de 10' que la premiere

4°. aux logar. cosinus des angles horaires qu'on vient de trouver on a ajouté le log. tangente de la distance polaire 84°. 59'. 20" qui convient à l'obsrvation voisine du meridien, les deux sommes sont les log. tangentes de deux angles subsidiaires l'un de 84°. 57'. 23" et l'autre de 84°. 57'. 26"

5°. on a additionné dans les deux colonnes les log. sinus des angles subsidiaires, le log. sinus de la hauteur voisine du meridien, le complement log. sinus de la distance polaire et les complements des cosinus des angles

horaires, les sommes de ces quatre logarithmes sont les sinus de deux angles qu'on a trouvé par les tables de 61°. 41'. 50" et de 61°. 40'. 22"

6°. on a ajouté a ces quantités les angles subsidiaires 84°. 57'. 23" et 84°. 57'. 26" et on a eu 146°. 39'. 13" et 146°. 37'. 48" dont les complemens 33°. 20'. 47" et 33°. 22'. 12" sont les latitudes approchées. (nous supposons ici que l'observation voisine du meridien a été faite du coté du pole abaissé, si le soleil s'etoit trouvé du coté du pole elevé on auroit retranché les angles subsidiaires et on auroit eu sans prendre de complement les latitudes approchées)

7°. on a retranchée de la 1ere latitude trouvée 33°. 20'. 47", la latitude 33°. 13' qu'on a supposée lors de l'observation voisine du meridien et on a eu la 1ere correction 7'. 47". ensuite on a retranché la seconde latitude approchée 33°. 22'. 12" de la premiere 33°. 20'. 47" augmentée de 10' c'est à dire de 33°. 30'. 47" et on a eu un reste 8'. 35" enfin on a fait cette proportion 8'. 35" : 10' :: 7'. 47" est à un quatrieme terme 9'. 4" qui est la vraie correction qu'il faut faire à la latitude supposée 33°. 13' d'ou on a obtenu ~~et on a eu~~ la vraie latitude cherchée = 33°. 22'. 4"

il est facile de voir à l'inspection du type du calcul que la premiere partie est le calcul ordinaire d'un angle horaire et que la seconde partie est la resolution d'un triangle dans lequel on connoit deux cotés et un angle opposé et dont on cherche le troisieme coté: ~~[illegible]~~

la seule chose qu'il soit peut etre difficile d'entendre est la maniere dont nous trouvons la seconde correction et en voici l'explication

en supposant une latitude de 33°. 13' on voit que la ~~1re~~ latitude corrigée ~~[illegible]~~ est egale à 33°. 20' 47" différente de 33°. 13' et qui parconsequent n'est par la vraie latitude, en supposant une latitude de 33°. 23' on trouve pour latitude corrigée 33°. 22'. 12" encore différente de la latitude supposée 33°. 23': il s'agit de trouver d'aprés ces quantités ~~[illegible]~~ la supposition qu'il faut faire pour que la latitude corrigée et la latitude supposée soient les memes pour cela soit z la quantité qu'il auroit fallu ajouter a la 1re latitude 33°. 13', il est clair que puisqu'en augmentant ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ de 10' la latitude supposée on a trouvé pour latitude corrigée 33°. 22'. 12" au lieu de 33°. 20' 47", 10' donnent un changement de 1'. 25" dans la 1re correction, donc la quantité z donnera $\frac{(1'.25'').z}{10'}$ et alors la latitude corrigée sera egale à $33°.20'.47''+\frac{(1'.25'').z}{10'}$ or par la supposition ~~la~~ la latitude corrigée sera alors egale à 33°. 13' + z on aura donc

$$33°.13'+z=33°.20'.47''+\frac{(1'.25'').z}{10'}$$ d'ou on tire $$z=\frac{(7'.47'')10'}{10'-1'.25''}=\frac{(7'.47'').10'}{8'.35''}$$ ou

$8'.35'' : 7'.47'' :: 10' : z$ ~~ce qui est la proportion que nous avons par [illegible]~~ comme cy dessus

methode pour determiner la latitude par deux étoiles qui passent à peu près à la meme hauteur sur l'horizon et qui soient l'une au nord et l'autre au sud.

on fixera la lunette de l'instrument de maniere que le fil du centre soit un peu au dessous de la plus petite hauteur meridienne des deux étoiles.

Cela posé on observera une des deux étoiles par exemple celle qui est du coté du pole elevé et on marquera à la pendule le tems ou elle coupe le fil en montant et ensuite celui ou elle le coupe en descendant, on fera la meme chose pour l'étoile qui est du coté du pole abaissé et on aura ~~[illegible]~~ la latitude de la maniere suivante.

Soit l'intervalle de tems écoulé entre les deux observations de l'étoile qui est du coté du pole elevé, reduit en degrés - - - - - - - - $= A$
sa distance polaire - - - - - - - - - $= D$
la hauteur meridienne approchée - - - - - - $= E$
la latitude à peu près connue - - - - - - - $= L$
~~[illegible]~~
la quantité dont l'étoile s'eleve au dessus du fil $= z$

Soit aussi pour l'étoile qui est du coté du pole abaissé les quantités correspondantes A', D', E', et z'

on aura $\sin\frac{1}{2}z = \frac{(\sin\frac{1}{2}A)^2 \cdot \cos L \sin D}{\cos(E-\frac{1}{2}z)}$

et $\sin\frac{1}{2}z' = \frac{(\sin\frac{1}{2}A')^2 \cdot \cos L \sin D'}{\cos(E'-\frac{1}{2}z)}$

on determinera ~~[illegible]~~ par ces équations les quantités z et z' et on aura le Complement de la vraie latitude $= \frac{1}{2}(D+D') + \frac{1}{2}z' - \frac{1}{2}z$

